

# Rで統計解析入門

(19) ノンパラメトリック検定



## 準備：データ「DEP」の読み込み

1. データ「DEP」を以下からダウンロードする  
<http://www.cwk.zaq.ne.jp/fkhud708/files/dep.csv>
2. ダウンロードした場所を把握する　ここでは「c:/temp」とする
3. R を起動し，2. の場所に移動し，データを読み込む
4. データ「DEP」から薬剤 A と B のデータを抽出

```
> setwd("c:/temp") # dep.csv がある場所に移動
> DEP <- read.csv("dep.csv") # dep.csv を読み込む
> AB <- subset(DEP, GROUP != "C") # 薬剤 A と B のデータを抽出
> AB$GROUP <- factor(AB$GROUP) # 薬剤の水準を 2 カテゴリに
> head(AB)
  GROUP QOL EVENT DAY PREDRUG DURATION
1     A  15     1   50        NO         1
2     A  13     1  200        NO         3
:     :    :     :    :         :         :
```



## 薬剤 A のQOL スコアの要約

- ▶ データ「DEP」から薬剤 A のデータのみ抽出した後、変数 QOL の変数のみ ベクトル に格納

```
> A <- subset(DEP, GROUP=="A")$QOL  
> A  
[1] 15 13 11 11 10 9 8 8 6 6 4 3 3 3 1 6 5 4 2 2
```



## 準備：架空のデータ「AB」（一部）

GROUP	QOL	EVENT	DAY	PREDRUG	DURATION
A	15	1	50	NO	1
A	13	1	200	NO	3
A	11	1	250	NO	2
A	11	1	300	NO	4
A	10	1	350	NO	2
A	9	1	400	NO	2
A	8	1	450	NO	4
A	8	1	550	NO	2
A	6	1	600	NO	5
A	6	1	100	NO	7
A	4	2	250	NO	4
A	3	2	500	NO	6
A	3	2	750	NO	3
A	3	2	650	NO	7
A	1	2	1000	NO	8
A	6	1	150	YES	6
A	5	1	700	YES	5
A	4	2	800	YES	7
A	2	2	900	YES	12
A	2	2	950	YES	10
B	13	1	380	NO	9
B	12	1	880	NO	5
B	11	1	940	NO	2
B	4	2	20	NO	7
B	4	2	560	NO	2
B	5	1	320	YES	11
B	5	1	940	YES	3
B	4	2	80	YES	6
B	3	2	140	YES	7
B	3	2	160	YES	13



## 準備：架空のデータ「AB」の変数

---

- ▶ **GROUP**：薬剤の種類（**A**と**B**）
- ▶ **QOL**：QOLの点数（数値） 点数が大きい方が良い
- ▶ **EVENT**：改善の有無（**1**：改善あり，**2**：改善なし）  
QOLの点数が**5**点以上である場合を「改善あり」とする
- ▶ **DAY**：観察期間（数値，単位は日）
- ▶ **PREDRUG**：前治療薬の有無（**YES**：他の治療薬を投与したことあり，  
**NO**：投与したことなし）
- ▶ **DURATION**：罹病期間（数値，単位は年）



## 本日のメニュー

---

1. イントロ
2. 2 標本 Wilcoxon 検定
3. 群間差  $\delta$  の Hodges-Lehmann 型の推定
4. その他の検定手法



## 【おさらい】 QOL スコアに関する 1 標本 Wilcoxon 検定

- ▶ 薬剤 A の QOL スコアの中央値が **4** であるかどうかを検定する  
帰無仮説  $H_0$  : 薬剤 A の QOL スコアの中央値が **4** である  
 $p = 1.9\%$  なので  $p$  値は小さい (有意でない)  
「**QOL スコアの中央値は 4 ではない**」と結論

```
> wilcox.test(A, mu=4)
```

```
Wilcoxon signed rank test with continuity correction
```

```
data: A
```

```
V = 139.5, p-value = 0.01934 検定結果 ( p 値 = 58 %)
```

```
alternative hypothesis: true location is not equal to 4
```

- ▶ この「1 標本 Wilcoxon 検定」がノンパラメトリックな手法  
(ノンパラメトリック検定)



## ノンパラメトリック法とは

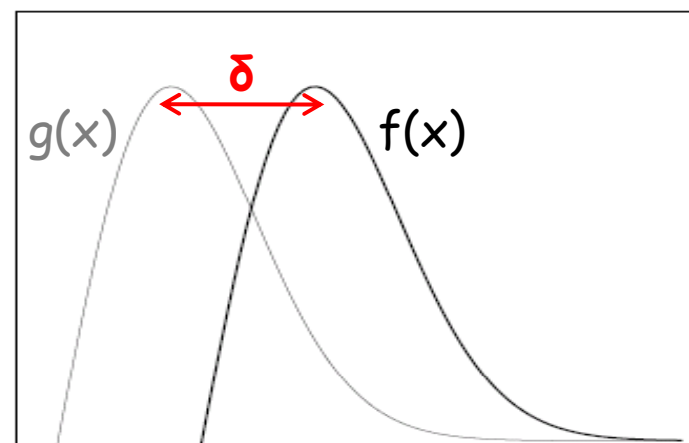
- ▶ 母集団分布の形に依存しない統計手法の総称
- ▶ 例えば，2つの母集団分布の確率密度関数が  $f(x)$ ， $g(x) = f(x-\delta)$ ，

$$H_0 : \delta = 0, H_1 : \delta \neq 0$$

に関する検定の場合，「2つの母集団分布の形状が同じ」で

「位置が  $\delta$  だけズれている」という制約はあるが，母集団分布の形には依存しない（例えば，正規分布を仮定したりしない）

- ▶ 上記仮説  $H_0$ ， $H_1$  に関するノンパラ検定が 2標本 Wilcoxon 検定







## 2 標本 Wilcoxon 検定

- ▶ 2 標本 t 検定に対応するノンパラメトリック検定
- ▶ 2 標本 t 検定に比べて、2 標本 Wilcoxon 検定は効率が悪くなるというイメージがあるが、正規分布の様なパラメトリック手法が最適となる分布においても、2 標本 Wilcoxon 検定の「効率」の低下は結構小さい
- ▶ 効率：同じ性能を与えるデータ数（数値  $< 1$ ：t 検定より良い）  
（正確にはデータ数を大きくした際の漸近効率）

t 検定の Wilcoxon 検定に対する効率

分布	正規	一様	0.5 スティック	二重指数	指数
効率	1.047	1.000	0.912	0.667	0.333



# パラメトリック法      ノンパラメトリック法

パラメトリック検定	ノンパラメトリック検定
1 標本 t 検定	1 標本 Wilcoxon 検定
2 標本 t 検定	2 標本 Wilcoxon 検定
一元配置分散分析	クラスカル・ウォリス検定
二元配置分散分析	フリードマン検定

- ▶ 他にも（左：パラメトリック法，右：ノンパラメトリック法）
  - ▶ 点推定値：平均値 v.s. 中央値（Hodges-Lehmann 型）
  - ▶ ばらつき：標準偏差 v.s. 四分位範囲
  - ▶ 相関係数：ピアソンの相関係数 v.s. スピアマンの順位相関係数

等々



## パラメトリック法      ノンパラメトリック法

---

- ▶ ノンパラメトリック「検定」ではそれほど難しい計算は出てこないが...
- ▶ ノンパラメトリックな手法においては，特定の分布を仮定しないため，パラメータの推定を行う際に（分布の仮定を必要とする）最尤推定法は使えない・・・
  - ▶ 例えば，分布の中央値は具体的な分布形によらないパラメータであるが，中央値を推定する際に（分布が何かを仮定していないため）最尤推定法は使えない
  - ▶ パラメトリックな手法ならば，パラメータの推定は最尤推定法などで行える（例：平均値や分散を最尤推定法にて算出）
- ▶ ノンパラメトリックな推定の一般論として Hodges-Lehmann 型の推定方法があるが，ノンパラ検定の計算手順と比較すると手間がかかる



## 本日のメニュー

---

### 1. イントロ

### 2. 2 標本 Wilcoxon 検定

- ▶ 2 標本 Wilcoxon 検定 (正確法)
- ▶ 2 標本 Wilcoxon 検定 (正規近似)
- ▶ 連続修正とは

### 3. 群間差 $\delta$ の Hodges-Lehmann 型の推定

### 4. その他の検定手法



## QOL スコアに関する 2 標本 Wilcoxon 検定

- ▶ 「薬剤 A の QOL スコアの中央値」と「薬剤 B の QOL スコアの中央値」が 等しいかどうかを検定する
  - ▶  $p = 2.4\%$ , 有意水準  $5\%$ , 正確法で検定すると結果は有意
  - ▶ 有意なので QOL スコアの中央値は等しくない

```
> install.packages("exactRankTests", dep=T)
> library(exactRankTests)
> wilcox.exact(QOL ~ GROUP, data=AB) # 正確法

Exact Wilcoxon rank sum test

data: QOL by GROUP
W = 282.5, p-value = 0.02389 検定結果 ( p 値 = 約 2.4 %)
alternative hypothesis: true mu is not equal to 0
```



## QOL スコアに関する 2 標本 Wilcoxon 検定

```
> wilcox.test(QOL ~ GROUP, data=AB, correct=F) # 正規近似  
# 連続修正なし
```

Wilcoxon rank sum test

data: QOL by GROUP

W = 282.5, p-value = 0.02457

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0

```
> wilcox.test(QOL ~ GROUP, data=AB, correct=T) # 正規近似  
# 連続修正あり
```

Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data: QOL by GROUP

W = 282.5, p-value = 0.02546

alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0



## 2 標本 Wilcoxon 検定 (正確法)

---

- ▶ 2 群のデータ  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m$  を昇順に並べて, 小さいものから順に 1, 2, ... と順位をつける
- ▶  $x_1, \dots, x_n$  に対応する順位の和を求める
  - ▶ この和が Wilcoxon の順位和統計量 (=  $W$ )
  - ▶  $\delta$  を定数, 2 群の母集団分布の確率密度を  $f(x)$ ,  $g(x) = f(x-\delta)$  と想定すると, 検定の仮説は以下の通り
$$H_0 : \delta = 0, \quad H_1 : \delta \neq 0$$
- ▶ 第 1 群のデータの順位和について, 取りうる順位和を全て求めて「上記で求めた順位和よりも極端な値となる確率」を計算する  
これが Wilcoxon 検定における  $p$  値



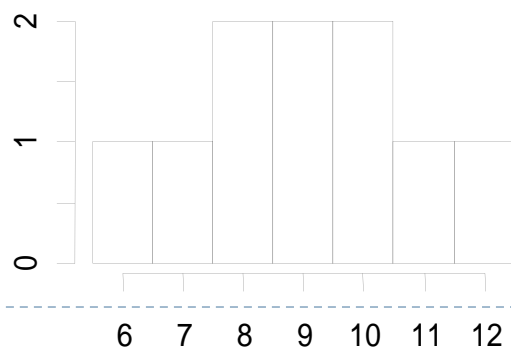
# 【例 1】 サンプルサイズが 5 の場合 (タイなし)

元データ

群	値	順位
A	4.3	1
A	7.8	2
B	9.0	3
A	12.3	4
B	18.7	5

取りうる順位和

1	2	3	4	5	Aの順位和
A	A	A	B	B	6
A	A	B	A	B	7
A	A	B	B	A	8
A	B	A	A	B	8
A	B	A	B	A	9
A	B	B	A	A	10
B	A	A	A	B	9
B	A	A	B	A	10
B	A	B	A	A	11
B	B	A	A	A	12



順位和  $W$  の分布：群間に差が無ければ  $W$  は真ん中に近づく





# 【例 1】 サンプルサイズが 5 の場合 (タイなし)

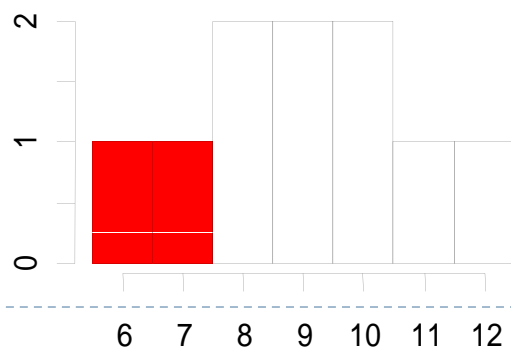
元データ

群	値	順位
A	4.3	1
A	7.8	2
B	9.0	3
A	12.3	4
B	18.7	5

取りうる順位和

1	2	3	4	5	Aの順位和
A	A	A	B	B	6
A	A	B	A	B	7
A	A	B	B	A	8
A	B	A	A	B	8
A	B	A	B	A	9
A	B	B	A	A	10
B	A	A	A	B	9
B	A	A	B	A	10
B	A	B	A	A	11
B	B	A	A	A	12

A群の順位和  $W = 7$



片側 p 値 =  $\Pr(W \geq 7) = 2/10 = 0.2$

両側 p 値 =  $\Pr(W \leq 6) + \Pr(W \geq 8) = 0.2 + 0.2 = 0.4$

mid-p 値 =  $\Pr(W < 7) + \Pr(W = 7)/2 = 0.15$



## 【例 2】 サンプルサイズが 5 の場合 (タイあり)

元データ			取りうる順位和					
群	値	順位	I	2.5	2.5	4	5	Aの順位和
A	4.3	1	A	A	A	B	B	5
A	7.8	2.5	A	A	B	A	B	7.5
B	7.8	2.5	A	B	A	B	A	8.5
A	12.3	4	A	B	A	A	B	7.5
B	18.7	5	A	B	B	A	A	8.5
			B	A	A	A	A	10
			B	A	A	B	A	9
			B	A	B	A	A	10
			B	B	A	A	A	11.5
			B	B	A	A	A	11.5

A群の順位和  $W = 7.5$

タイ (同じ値) がある場合は  
順位の平均値をとる

$$\text{片側 p 値} = \Pr(W \geq 7.5) = 3/10 = 0.3$$

$$\text{両側 p 値} = \Pr(W \geq 7.5) \times 2 = 0.6$$

$$\text{mid-p 値} = \Pr(W < 7.5) + \Pr(W = 7.5)/2 \\ = 0.15$$



## 【参考】並べ替え検定

元データ			取りうる群間差					
連番	群	値	1	2	3	4	5	群間差
1	A	4.3	A	A	A	B	B	-8.5
2	A	7.8	A	A	B	A	B	-5.7
3	B	9.0	A	A	B	B	A	-0.4
4	A	12.3	A	B	A	A	B	-4.7
5	B	18.7	A	B	A	B	A	0.6
			A	B	B	A	A	3.4
			B	A	A	A	B	-1.8
			B	A	A	B	A	3.5
			B	A	B	A	A	6.3
			B	B	A	A	A	7.3

平均値の群間差 = -5.7

- ▶ 全ての組み合わせにおいて群間差を計算する
- ▶ 手持ちのデータの群間差以上に極端な群間差の場合を数え上げる
- ▶  $p$  値 = (極端な群間差の場合の数) ÷ (全ての組み合わせ数)



## 【参考】並べ替え検定

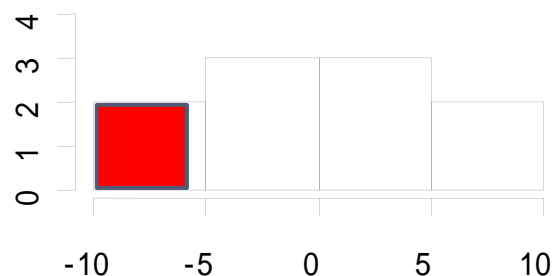
元データ

連番	群	値
1	A	4.3
2	A	7.8
3	B	9.0
4	A	12.3
5	B	18.7

取りうる群間差

1	2	3	4	5	群間差
A	A	A	B	B	-8.5
A	A	B	A	B	-5.7
A	A	B	B	A	-0.4
A	B	A	A	B	-4.7
A	B	A	B	A	0.6
A	B	B	A	A	3.4
B	A	A	A	B	-1.8
B	A	A	B	A	3.5
B	A	B	A	A	6.3
B	B	A	A	A	7.3

平均値の群間差 = -5.7



片側 p 値 =  $2/10 = 0.2$

両側 p 値 = 片側 p 値  $\times 2 = 0.4$



## 2 標本 Wilcoxon 検定（正規近似）

---

- ▶ 2 群のデータ  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m$  を昇順に並べて、小さいものから順に 1, 2, ... と順位をつける
- ▶  $x_1, \dots, x_n$  に対応する順位の和を求める
  - ▶ この和が Wilcoxon の順位和統計量  $W$  の実現値  $w^*$
  - ▶  $\delta$  を定数, 2 群の母集団分布の確率密度を  $f(x), g(x) = f(x-\delta)$  と想定すると, 検定の仮説は以下の通り
$$H_0 : \delta = 0, H_1 : \delta \neq 0$$
- ▶ 第 1 群のデータの順位和  $W$  は, 帰無仮説  $H_0$  の下で, 平均が  $\mu = n(n+m+1)/2$ , 分散が  $\sigma = nm(n+m+1)/12$  である正規分布に近似的に従う (分散: タイがない場合)



## 2 標本 Wilcoxon 検定（正規近似）

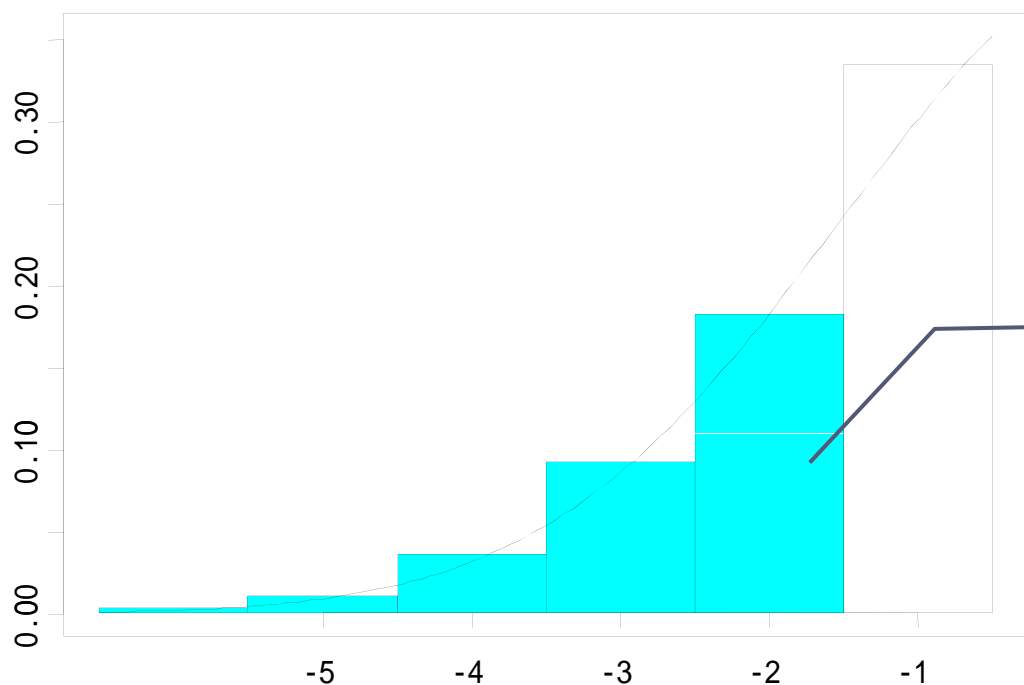
---

- ▶  $w^*$  を順位和  $W$  の実現値,  $z^*=(w^*-\mu)/\sigma$  と変換し,  $Z$  を標準正規分布に従う確率変数とする
- ▶ 正規近似による  $p$  値の近似値は  $\Pr(z^* \leq Z)$  により計算することが可能
- ▶ 連続修正を施す場合は,  $z^{**}=(w^* \pm 0.5 - \mu)/\sigma$  と変換し,  $\Pr(z^{**} \leq Z)$  により  $p$  値の近似値を計算する（ $\pm$ は  $z^{**}$  が小さくなる方の符号を選ぶ）
- ▶ 連続修正を施した  $p$  値の方が正確法で求めた  $p$  値に近い
- ▶ 連続修正を施さない  $p$  値は検定を mid- $p$  値で行っていることになる  
mid- $p$  値に,  $p$  値のもつ「第一種の過誤確率」という意味はない  
(by 岩崎先生)



## 連続修正について

- ▶ ヒストグラム：確率変数を取りうる個々の実現値に対応する長方形の列（≠ 棒グラフ）
- ▶ ヒストグラムの長方形の底辺の中心を実現値とし、面積はその実現値をとる確率に等しくなる（以下は  $\Pr(X = -2)$  の例）

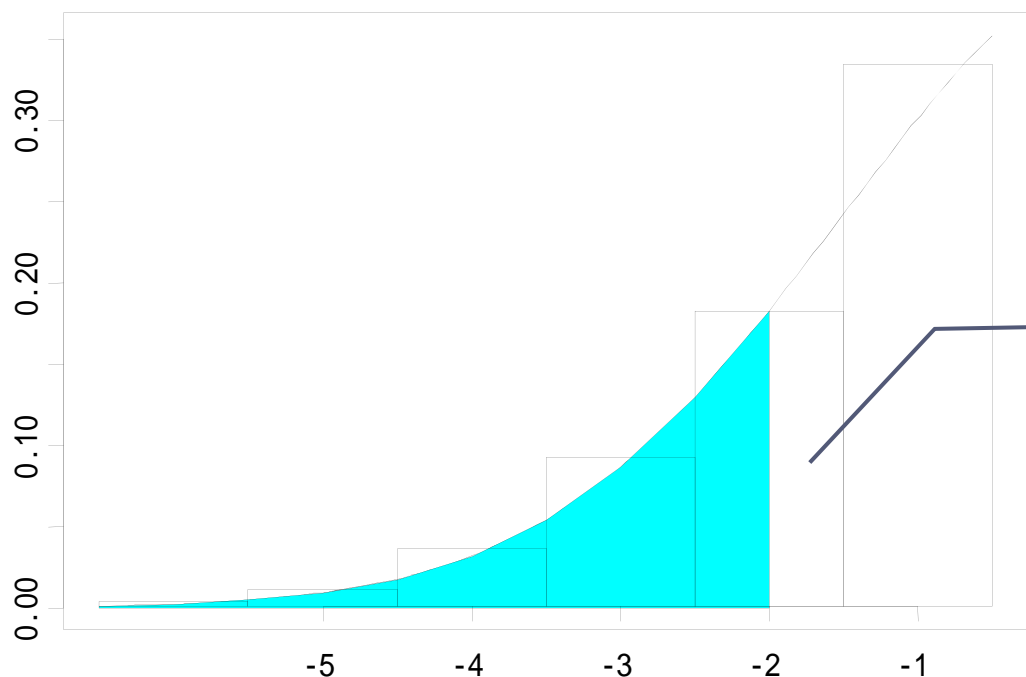


確率変数が -2 となる  
確率は  $\Pr(X=-2) = 0.2$



## 連続修正について

- ▶ ヒストグラムを連続曲線によって近似することを考える
- ▶ 連続曲線について確率  $\Pr(X < -2)$  をそのまま求めると値が小さめに  
出てしまう・・・



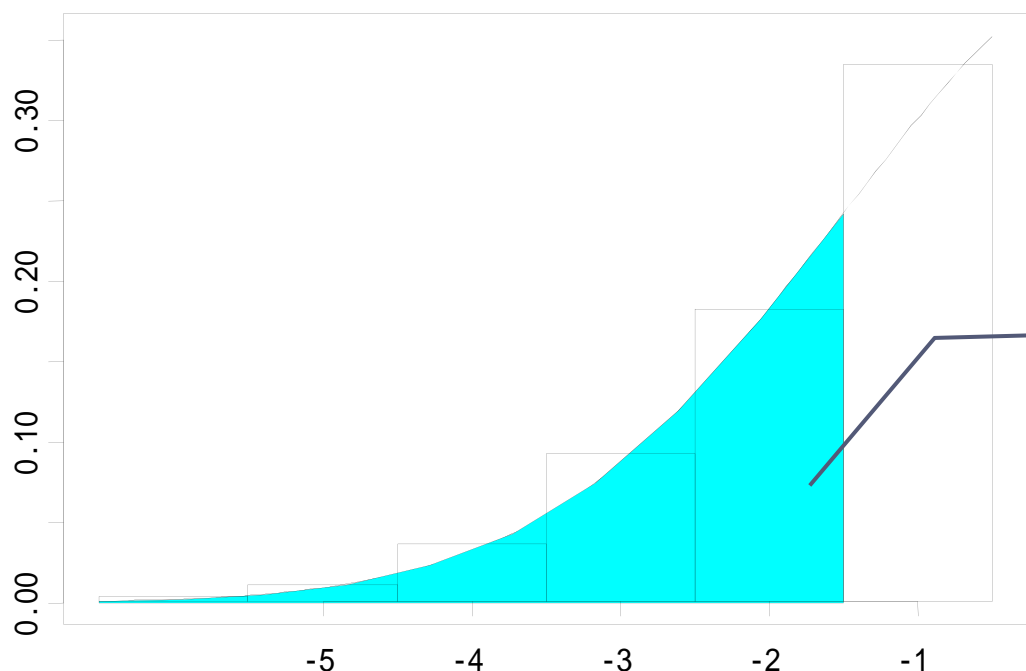
ヒストグラムの場合は  
+0.5分だけ多めになる





## 連続修正について

- ▶ 連続曲線で近似した場合，近似の精度を上げるために  $+0.5$  だけズラして面積（確率）を求めることを連続修正と呼ぶ
- ▶ 連続修正をすると確率は増える（保守的になる）



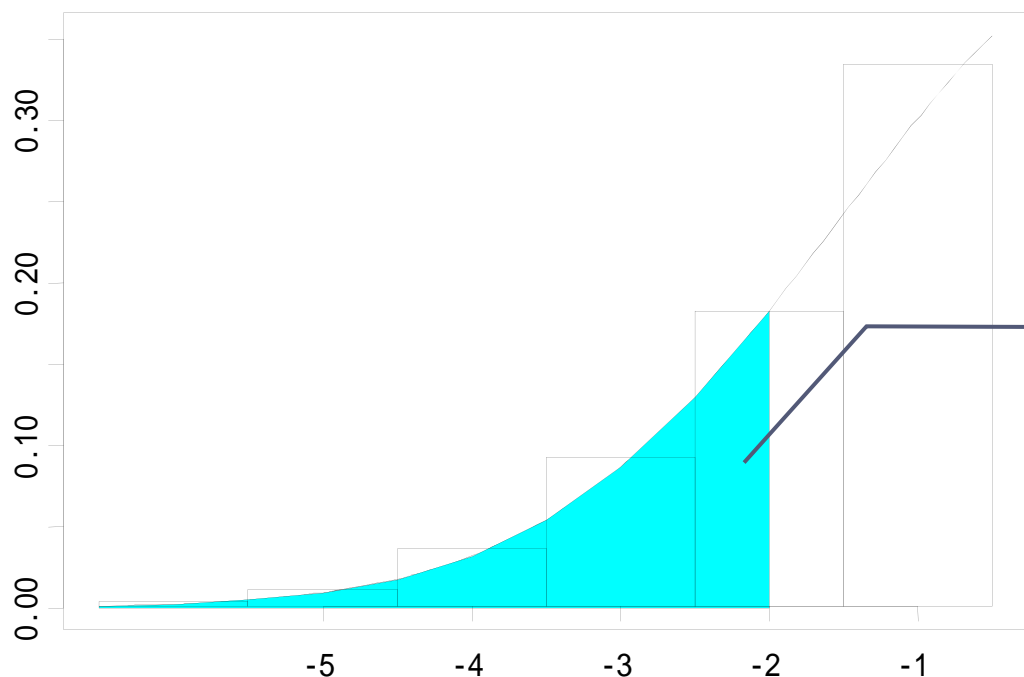
ヒストグラムとの対応のため  $+0.5$  だけ右から足しこむ



## 【参考】 mid-p 値について

- ▶ mid-p 値は「実現値が起こる確率を  $1/2$  倍した上で p 値に足しこむ」ので、実質的には連続修正を施さない p 値を求めていることになる

mid-p 値に、p 値のもつ「第一種の過誤確率」という意味はない  
(by 岩崎先生)



実現値が起こる確率を  
 $1/2$  した上で足しこむ



## 【参考】 Mann-Whitney の U 検定

- ▶ 2 群のデータ  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m$  を昇順に並べて小さいものから順に 1, 2, ... と順位をつける
- ▶  $x_i$  未満の  $y$  の個数を  $u_i$ , とし, それらの和を以下とする
$$U = u_1 + \dots + u_n$$
タイがある場合は,  $x_i$  未満の  $y$  の個数に  $x_i$  と同じ値の  $y$  の個数の  $1/2$  を加えたものを  $u_i$  とする
- ▶ 上記が Mann-Whitney の U 統計量であり, 以下の性質を持つ
  - ▶ U の期待値は  $mn/2$
  - ▶  $d_{ij} = x_i - y_j$  とすると, 全部で  $mn$  個の  $d_{ij}$  のうちの正の値の個数に,  $d_{ij}$  が 0 となったものの個数の  $1/2$  をさらに加えたものは U に一致する
  - ▶ Mann-Whitney の U 統計量と Wilcoxon の順位和統計量  $W$  との間には以下の関係がある:  $W = U + m(m+1)/2$  **U でも W でも検定結果は同じ!**



## 【例 1'】 サンプルサイズが 5 の場合 (タイなし)

元データ

群	値	順位
A	4.3	1
A	7.8	2
B	9.0	3
A	12.3	4
B	18.7	5

A群の順位和  $W = 7$



A×B の順位のデカルト積

A	B	$d_{ij}=A-B$
1	3	-2
1	5	-4
2	3	-1
2	5	-3
4	3	1
4	5	-1

$$U = 1$$

$$W = 1 + 3 \times (3+1)/2 = \underline{7}$$

- ▶ ちなみに、デカルト積は sql プロシジャで算出できる

```
proc SQL ; create table all as select * from treatA, treatB ; quit ;
```



## 【例 2'】 サンプルサイズが 5 の場合 (タイあり)

元データ

群	値	順位
A	4.3	1
A	7.8	<u>2.5</u>
B	7.8	<u>2.5</u>
A	12.3	4
B	18.7	5

A群の順位和  $W = 7.5$

タイ (同じ値) がある場合は  
順位の平均値をとる



A×B の順位のデカルト積

A	B	$d_{ij}=A-B$
1	<u>2.5</u>	-1.5
1	5	-4
<u>2.5</u>	<u>2.5</u>	0
<u>2.5</u>	5	-2.5
4	<u>2.5</u>	<b>1.5</b>
4	5	-1

$$U = 1 + 1/2 = 1.5$$

$$W = 1.5 + 3 \times (3+1)/2 = 7.5$$



## 本日のメニュー

---

1. イントロ
2. 2 標本 Wilcoxon 検定
3. 群間差  $\delta$  の Hodges-Lehmann 型の推定
4. その他の検定手法



## 群間差 $\delta$ の Hodges-Lehmann 型の推定

- ▶ Wilcoxon 検定の結果だけでなく群間差の推定が欲しいこともある
- ▶  $\delta$  を定数, 2 群の母集団分布の確率密度を  $f(x)$ ,  $g(x) = f(x-\delta)$  と想定すると,  $\delta$  の点推定値とその両側信頼区間を Hodges-Lehmann 型による計算方法で計算することが出来る
- ▶  $X_1, \dots, X_n$  及び  $Y_1, \dots, Y_m$  は同じ分布を持つと仮定している
  - ▶  $x_1, \dots, y_m - \delta$  は同じ母集団分布から得られた  $(n+m)$  個の観測値とみなされる
  - ▶ この場合の U 統計量の値 ( $d_{ij}^* = y_i - x_j$  における正の値の個数) は U 統計量の帰無仮説の下での期待値  $mn/2$  になるはず





# 群間差 $\delta$ の推定

$\Delta$  だけズラす

元データ

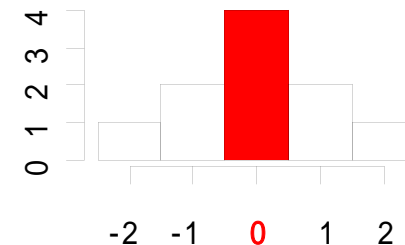
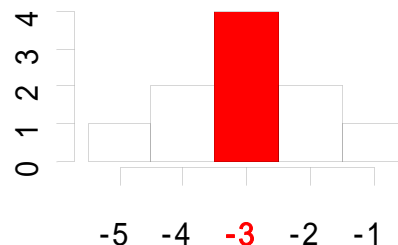
群	順位1	順位2
A	1	1
A	2	2
A	3	3
B	4	1
B	5	2
B	6	3



順位1のデカルト積 ○ 順位2のデカルト積

A	B	$d_{ij}=A-B$	○	A	B	$d_{ij}=A-B$
1	6	-5	○	1	3	-2
1	5	-4		1	2	-1
2	6	-4		2	3	-1
1	4	-3		1	1	0
2	5	-3		2	2	0
3	6	-3		3	3	0
2	4	-2		2	1	1
3	5	-2		3	2	1
3	4	-1		3	1	2

順位2:  $\delta=3$ を引いた値



順位 2 に関する差  $d_{ij}$  の半数が 0 より大きく、半数が 0 より小さいとき、順位 2 の順位和  $W$  は中心値 (6) をとる





## 群間差 $\delta$ の Hodges-Lehmann 型の推定

- ▶  $\delta$  を定数, 2 群の母集団分布の確率密度を  $f(x)$ ,  $g(x) = f(x-\delta)$  と想定
- ▶  $X_1, \dots, X_n$  及び  $Y_1, \dots, Y_m$   $\delta$  は同じ分布を持つと仮定している
- ▶  $x_1, \dots, x_n$  及び  $y_1, \dots, y_m$   $\delta$  における U 統計量の値は,  $d_{ij}^* = y_i - x_j$  における正の値の個数であり, 個数は  $mn/2$  になるはず
  - ▶ ということは,  $y_1, \dots, y_m$  の値を  $\delta^*$  だけズラしたときに,  $x_1, \dots, x_n$  に最もよく一致するとき, この  $\delta^*$  によって  $\delta$  を推定することができる
- ▶ よって,  $x_1, \dots, x_n$  及び  $y_1, \dots, y_m$  に関する  $d_{ij} = y_i - x_j$  について正の値の個数  $d_{ij}$  が  $mn/2$  になるような  $\delta^*$  を  $d_{ij}$  から引けばよい  
この  $\delta^*$  は  $d_{ij}$  の中央値で与えられる
- ▶  $d_{ij}$  を小さい順に並べたものを  $d_{(1)} \dots d_{(mn)}$  とすると,  $\delta$  の点推定値は以下:

$$\hat{\delta} = \begin{cases} d_{((mn+1)/2)} & (mn \text{ が奇数}) \\ \{d_{((mn)/2)} + d_{((mn+1)/2)}\} / 2 & (mn \text{ が偶数}) \end{cases}$$



## 群間差 $\delta$ の点推定値とその 95% 信頼区間

```
> install.packages("pairwiseCI", dep=T)
> library(pairwiseCI)
> pairwiseCI(QOL ~ GROUP, data=AB, method="HL.diff")
```

95 %-confidence intervals

Method: Difference of location using the Hodges-Lehmann estimator

	estimate	lower	upper
B-A	-2.5	-5	0



## 本日のメニュー

---

1. イントロ
2. 2 標本 Wilcoxon 検定
3. 群間差  $\delta$  の Hodges-Lehmann 型の推定
4. その他の検定手法



## 1 標本 Wilcoxon 検定 ( Wilcoxon の符号付き順位和検定)

- ▶ 薬剤 A の QOL スコアの中央値が 4 であるかどうかを検定する  
帰無仮説  $H_0$  : 薬剤 A の QOL スコアの中央値が 4 である  
 $p = 1.9\%$  なので  $p$  値は小さい (有意でない)  
「QOL スコアの中央値は 4 ではない」と結論

```
> wilcox.test(A, mu=4)
      Wilcoxon signed rank test with continuity correction
data:  A
V = 139.5, p-value = 0.01934   検定結果 ( p 値 = 58 %)
alternative hypothesis: true location is not equal to 4
```

- ▶ 「対応のある t 検定」のノンパラ版も実行可能

```
> X <- round(2*rnorm(10, m=1)); Y <- round(2*rnorm(10, m=0))
> wilcox.test(X, Y, mu=0, paired=T)
```



## 二項検定

---

- ▶  $H_0 : p = p_0$  に関する検定を行う
- ▶ 例として、薬剤 A の改善割合が 50% であるかどうかを検定する  
(実際のデータは 20 例中 12 例)

```
> binom.test(c(12,20), p=0.5)
```

```
Exact binomial test
```

```
data: c(12, 20)
```

```
number of successes = 12, number of trials = 32, p-value = 0.2153
```

```
alternative hypothesis: true probability of success is not equal to  
0.5
```

```
95 percent confidence interval:
```

```
0.2110003 0.5630775
```

```
sample estimates:
```

```
probability of success
```

```
0.375
```



## その他の検定手法

- ▶ クラスカル・ウォリス検定：一元配置分散分析のノンパラ版

```
> oneway.test(QOL ~ GROUP, var=T, data=DEP) # 一元配置分散分析
> kruskal.test(QOL ~ GROUP, data=DEP)      # クラスカル・ウォリス

      Kruskal-Wallis rank sum test
data:  QOL by GROUP
Kruskal-Wallis chi-squared = 13.0396, df = 2, p-value = 0.001474
```

- ▶ フリードマン検定：二元配置分散分析のノンパラ版

```
> FT <- aggregate(DEP$QOL,
+                 by = list(G = DEP$GROUP,
+                           P = DEP$PREDRUG), FUN = mean)
> friedman.test(FT$x, FT$G, FT$P)
> friedman.test(x ~ G | P, data=FT)      # フリードマン検定

      Friedman rank sum test
data:  x and G and P
Friedman chi-squared = 3, df = 2, p-value = 0.2231
```



## 本日のメニュー

---

1. イントロ
2. 2 標本 Wilcoxon 検定
  - ▶ 2 標本 Wilcoxon 検定 (正確法)
  - ▶ 2 標本 Wilcoxon 検定 (正規近似)
  - ▶ 連続修正とは
3. 群間差  $\delta$  の Hodges-Lehmann 型の推定
4. その他の検定手法



## 参考文献

---

- ▶ 統計学（白旗 慎吾 著，ミネルヴァ書房）
- ▶ ノンパラメトリックス（E.L. レーマン 著，鍋谷 清治，刈屋 武昭，三浦 良造 翻訳，森北出版；POD 版）
- ▶ 統計的データ解析入門・ノンパラメトリック法（岩崎 学 著，東京図書）
- ▶ The R Tips 第 2 版（オーム社）
- ▶ R 流！イメージで理解する統計処理入門（カットシステム）



# Rで統計解析入門

終